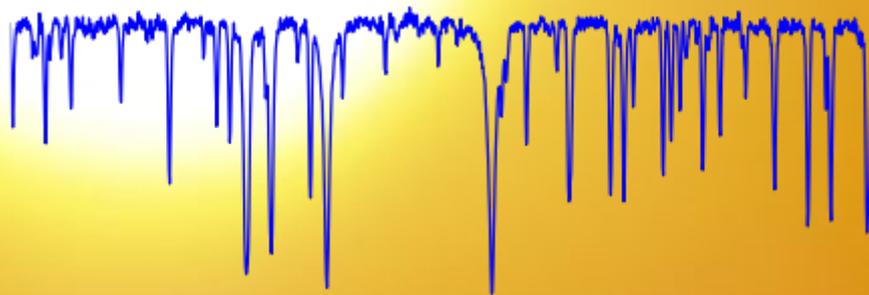


Формирование спектральных линий в звездных атмосферах

Часть I: Профиль спектральной линии



Звездная атмосфера (Повторение)

$$\frac{dP_g}{dz} + \frac{dP_{Rad}}{dz} = -g\rho$$

Гидростатическое
равновесие

$$\mu \frac{dI_\nu(\tau_\nu, \mu)}{d\tau_\nu} = I_\nu(\tau_\nu, \mu) - S_\nu(\tau_\nu)$$

Уравнение переноса

$$S_\nu = \frac{\eta_\nu}{\chi_\nu} = \frac{\kappa_\nu B_\nu(T_{eff}) + \sigma_\nu J_\nu}{\kappa_\nu + \sigma_\nu}$$

Функция источника

$$F_\nu(0) = 2\pi \int_0^\infty S_\nu(t) E_2(t) dt$$

Выходящий поток

$$J_\nu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 I_\nu d\mu$$

Средняя
интенсивность

Звездная атмосфера (Повторение)

Модель

Модель, это – распределение T, P, N_e, κ, χ как функции глубины

Модель ATLAS9 (R.L.Kurucz)

$$\log \tau = -6.875 \dots 2$$

$$\tau = 1.3 \times 10^{-7} \dots 100$$

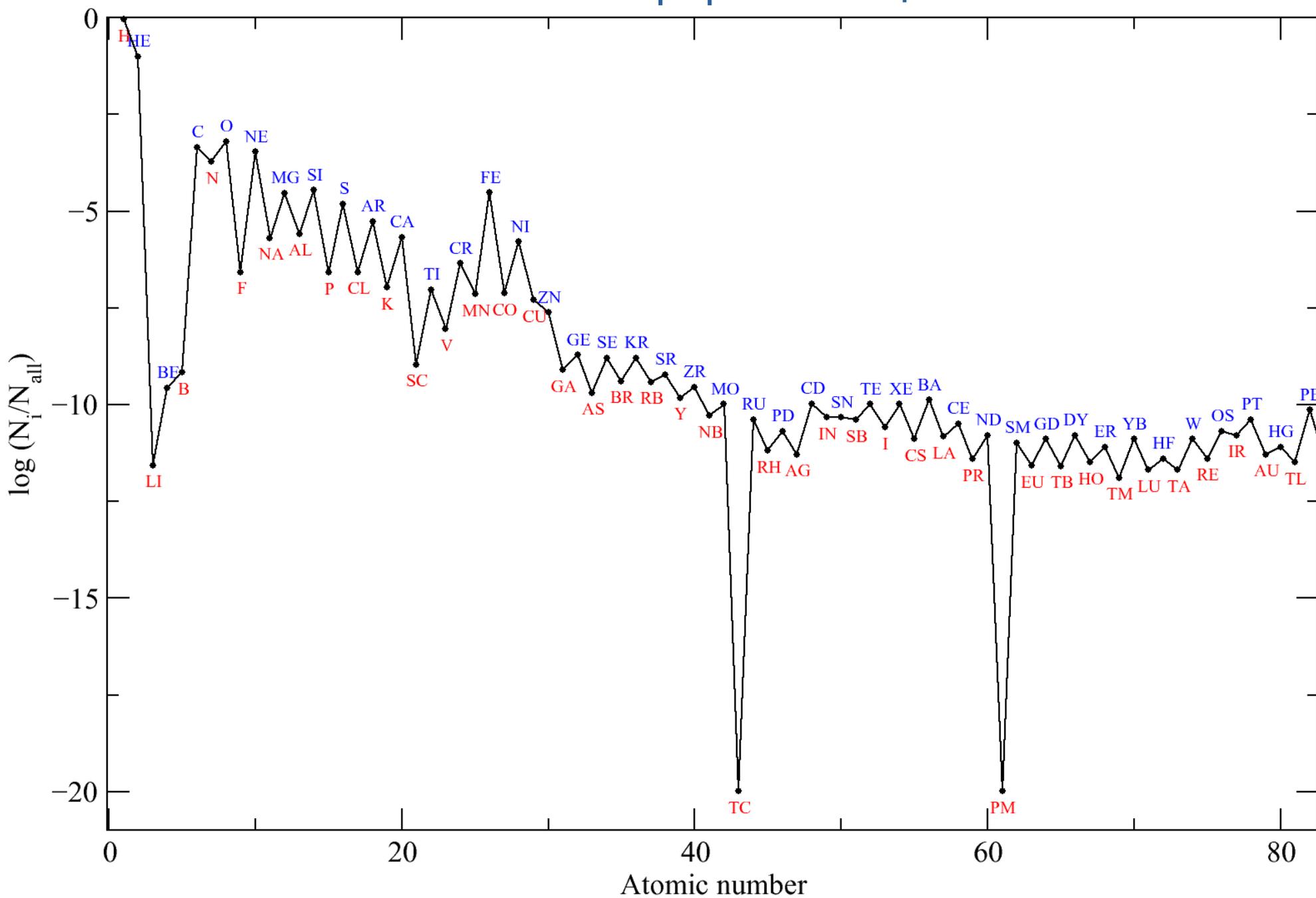
Проходит доля света:

$$I/I_0 = e^{-\tau} = 0.99999987 \dots 3.72 \times 10^{-44}$$

Параметры модели:

$T_{\text{эфф}}, \lg g$, химический состав (часто $[M/H]$ или $[Fe/H]$)

Содержание химических элементов в атмосфере Солнца



$$F_{\nu}(0) = 2\pi \int_0^{\infty} S_{\nu}(t) E_2(t) dt$$

Спектр потока



τ_0 Оптическая глубина на определенной частоте (длине волны). Обычно на 5000Å

$lg\tau_0$ Удобная шкала высот звездной атмосферы – однозначная функция геометрической глубины

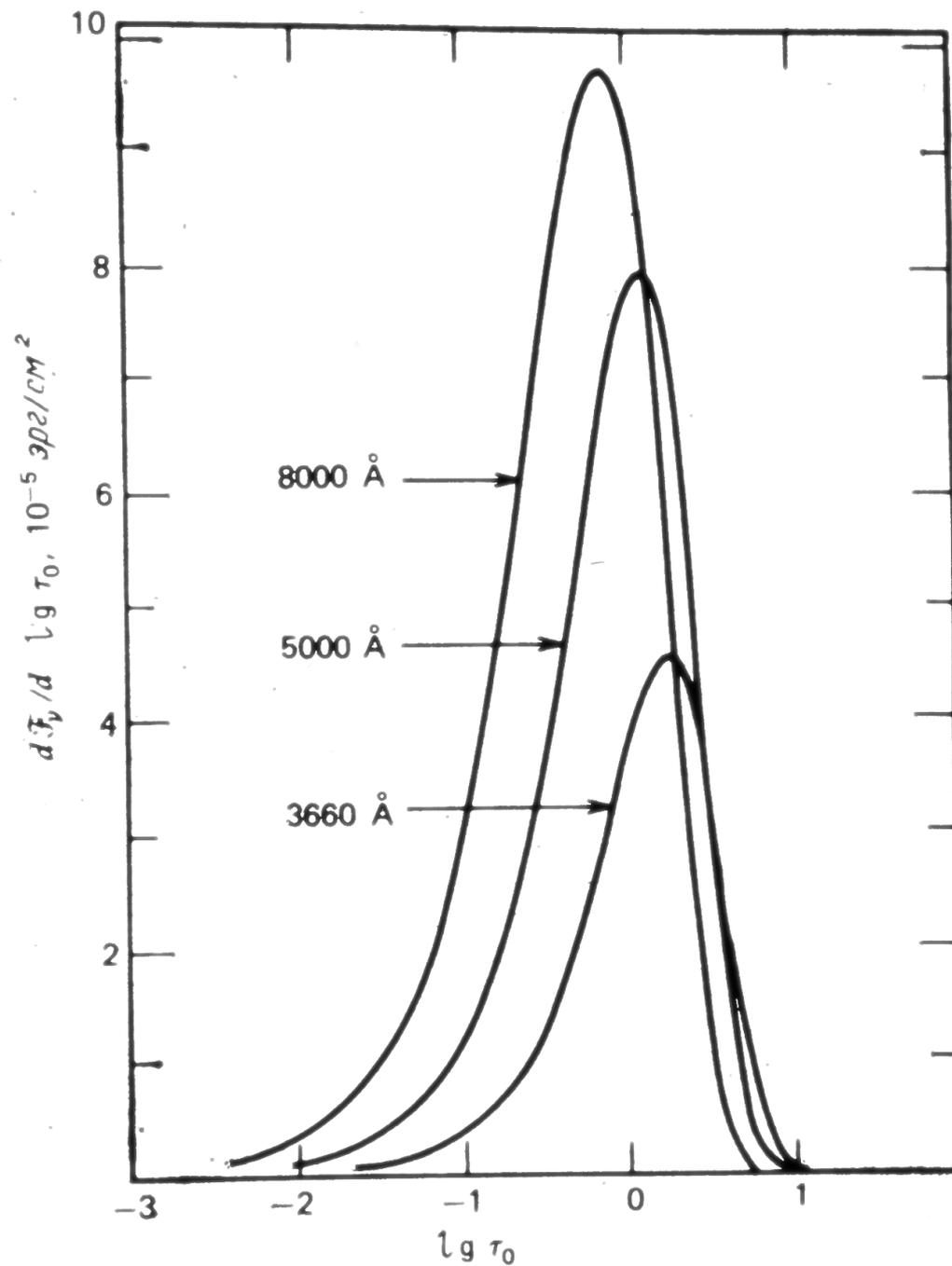
$$F_{\nu} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} S_{\nu}(\tau_0) E_2(\tau_0) \frac{\kappa_{\nu}(\tau_0)}{\kappa_0} \frac{1}{lge} dl g \tau_0$$

$$\frac{dF_{\nu}}{dl g \tau_0} = 2\pi S_{\nu}(\tau_0) E_2(\tau_0) \frac{\kappa_{\nu}(\tau_0)}{\kappa_0} \frac{1}{lge}$$

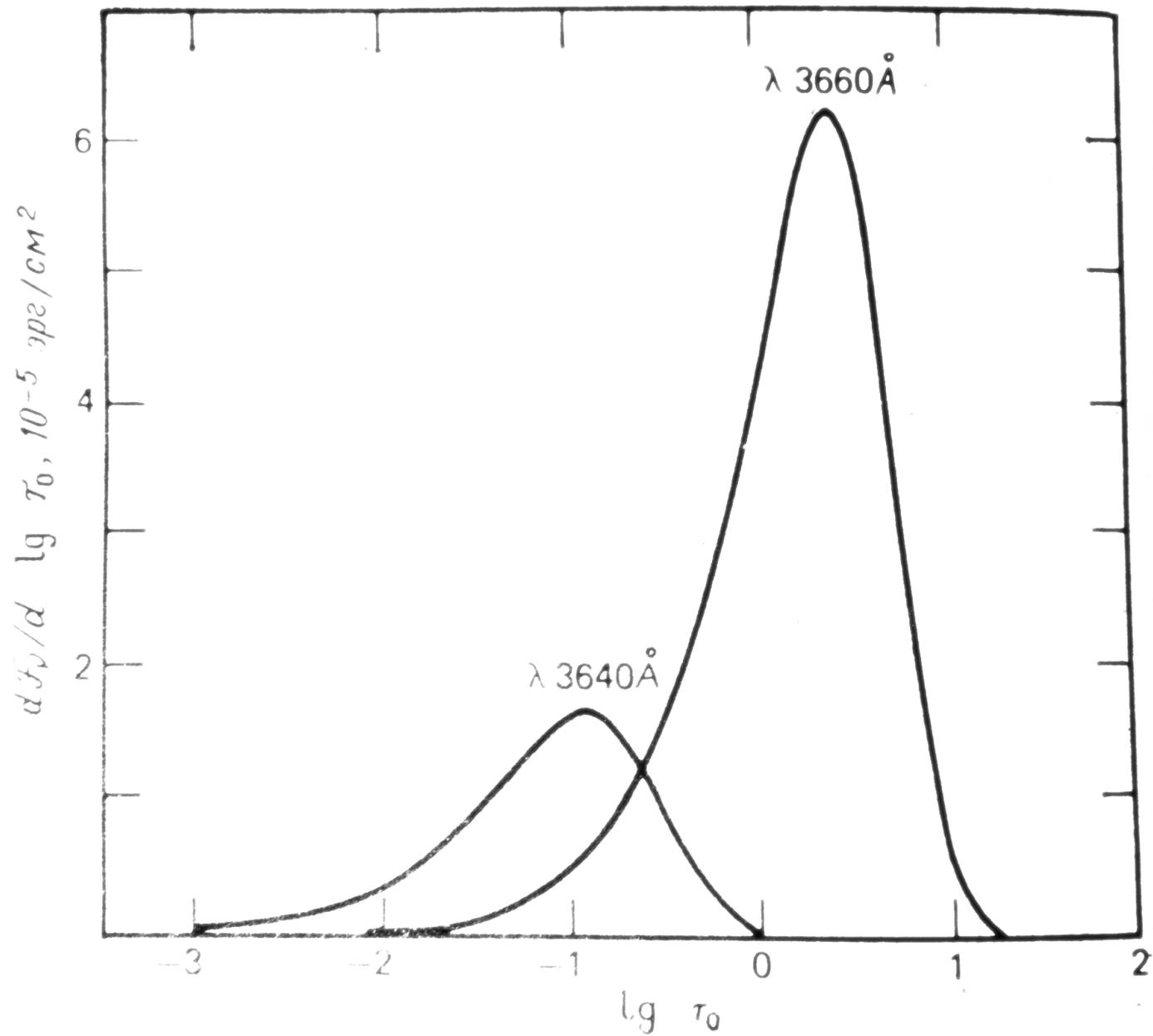
Функция вклада

Показывает степень вклада излучения, образующегося на некоторой оптической глубине $lg \tau_0$, в выходящий поток

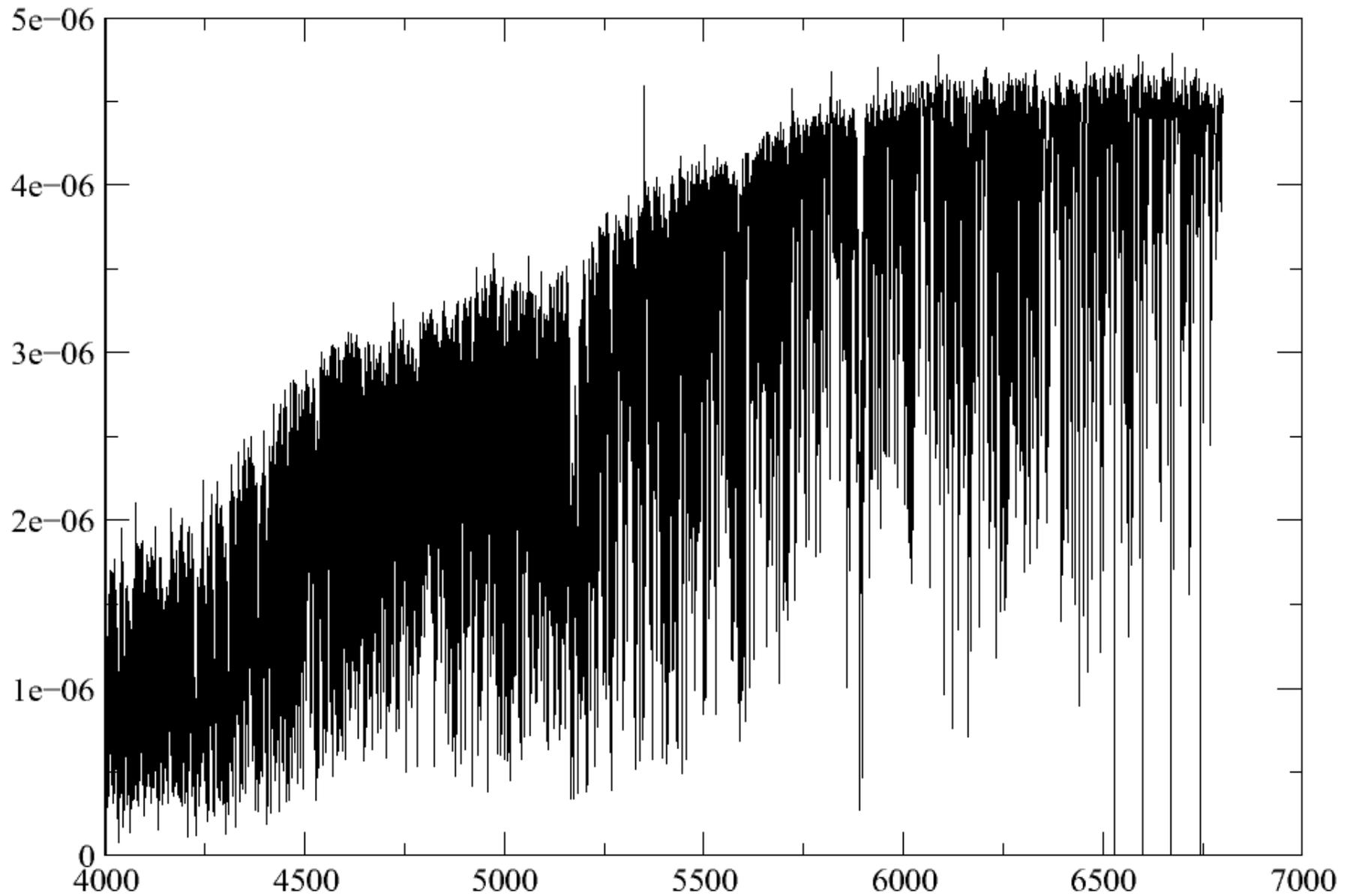
Функции вклада в солнечной атмосфере



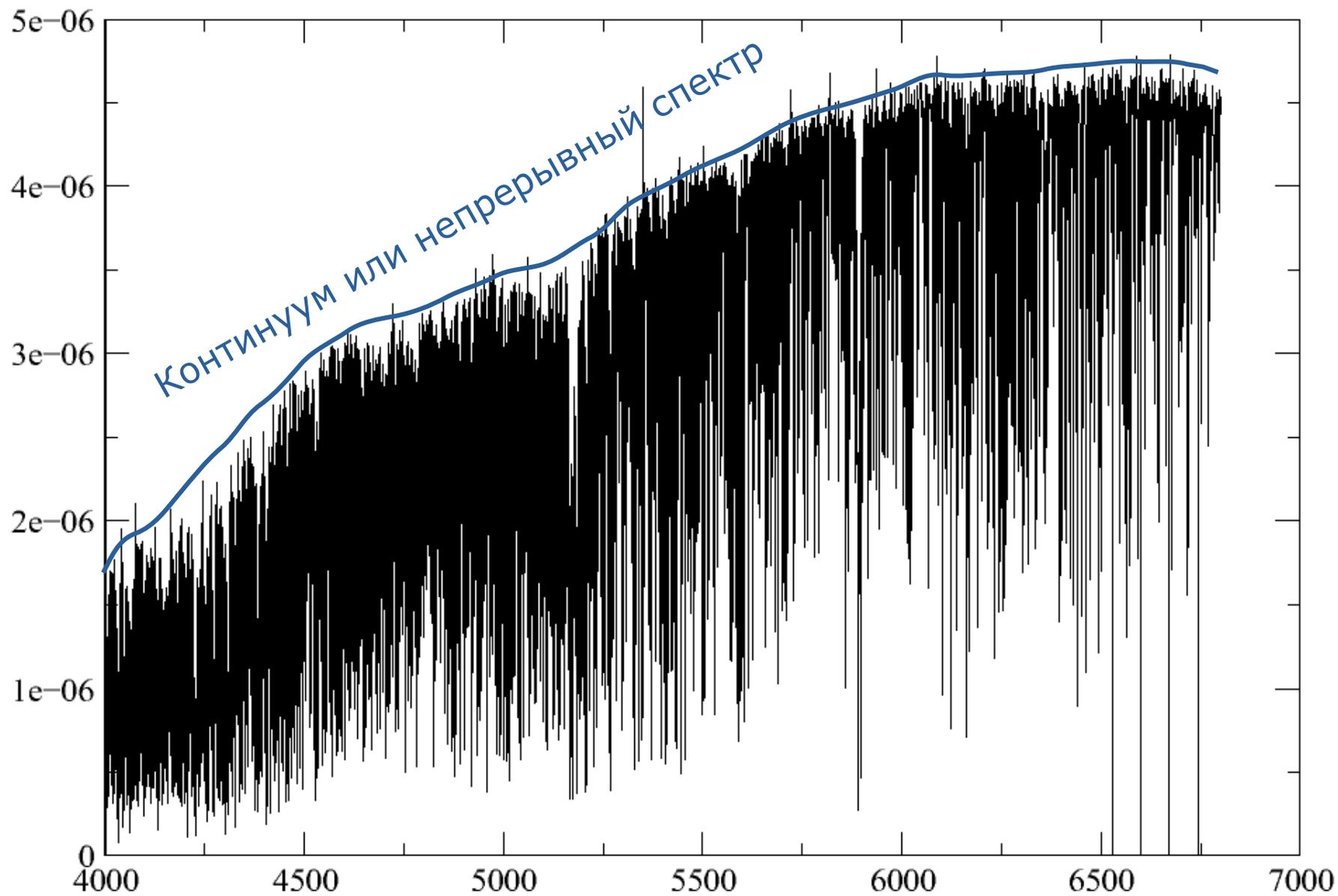
Функции вклада в по обе стороны
бальмеровского скачка



Что мы обычно получаем из наблюдений



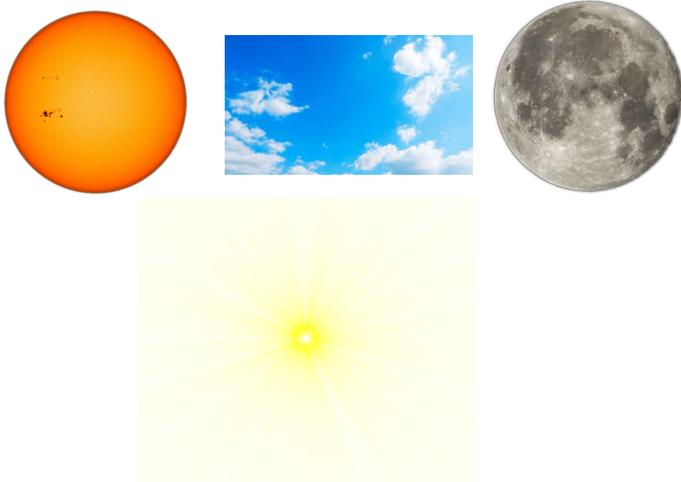
Что мы обычно получаем из наблюдений



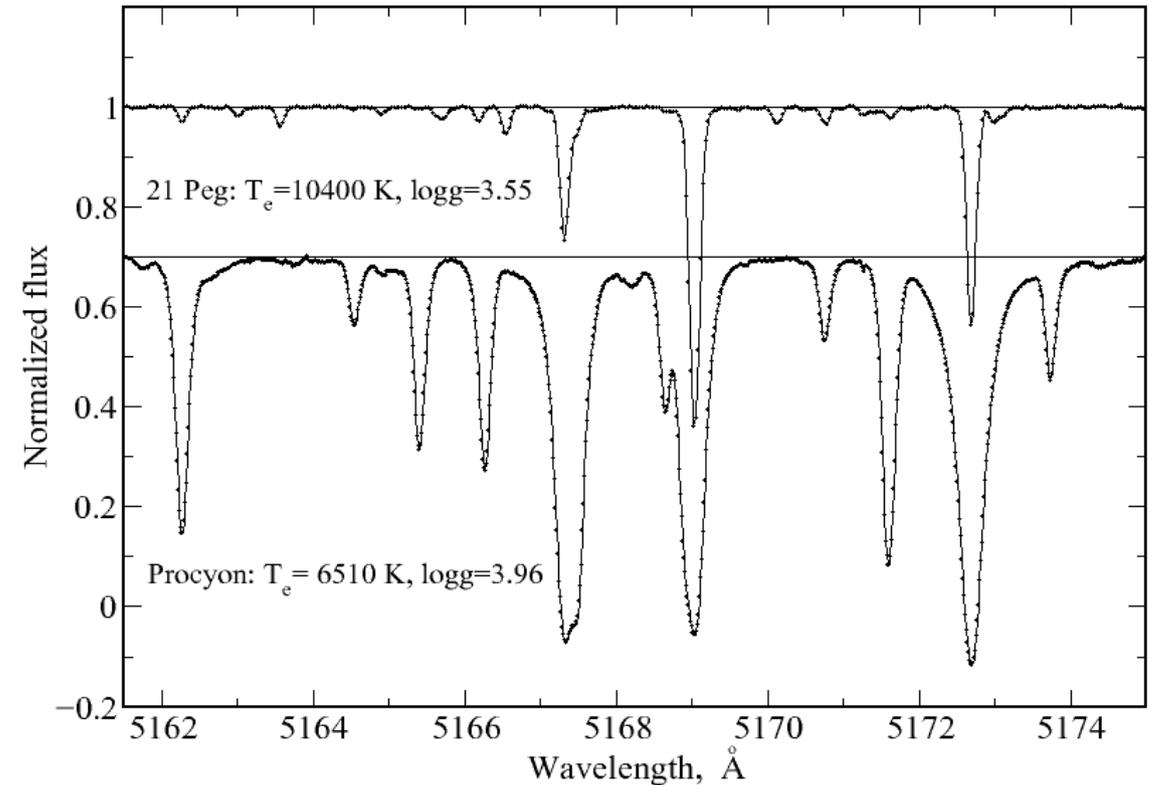
Что мы обычно получаем из наблюдений

Спектр (профили линий) в относительных потоках

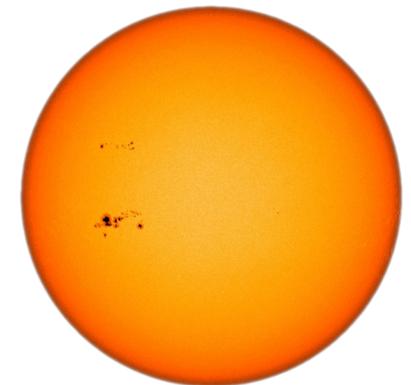
$$r_{\lambda} = F_{\lambda} / F_c$$



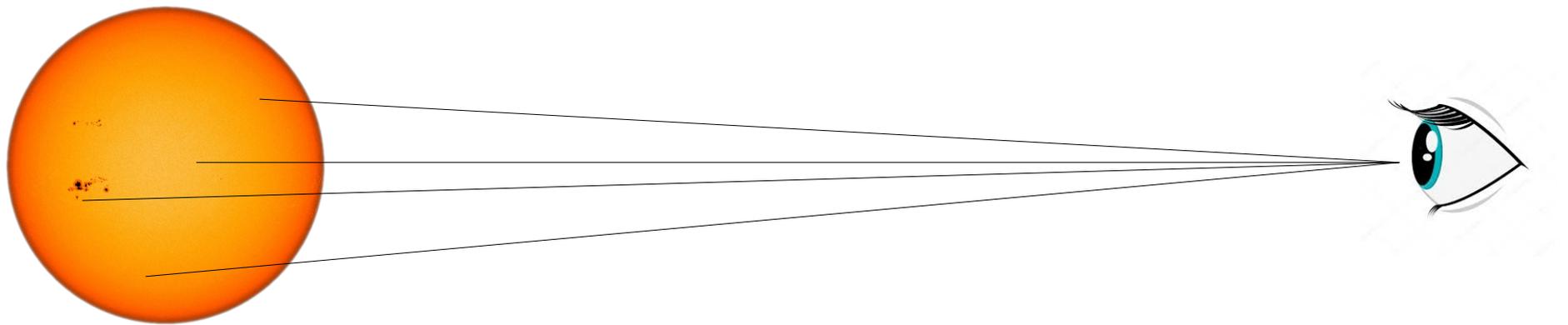
Спектр (профили линий) в относительных интенсивностях (только Солнце)



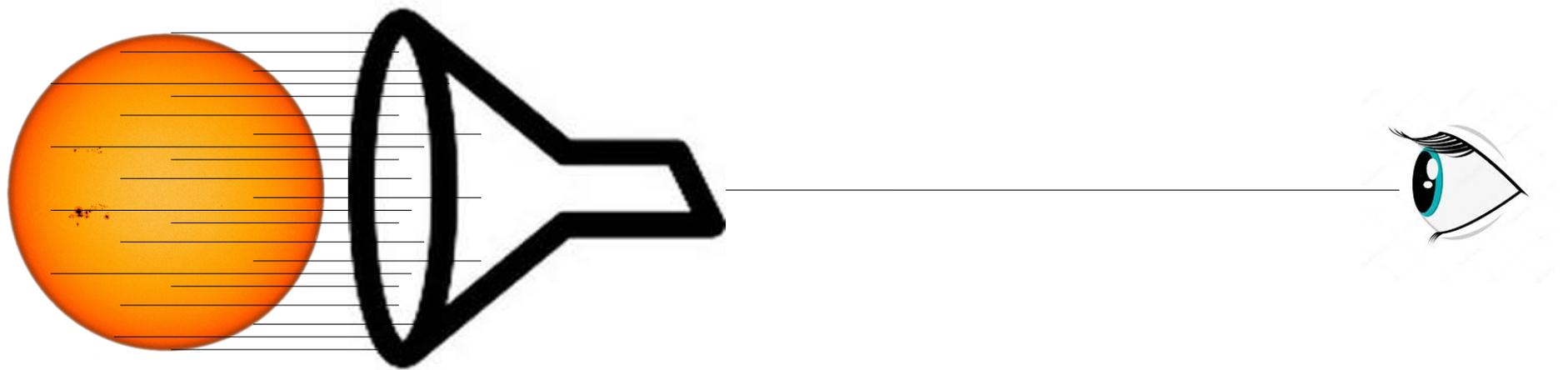
$$r_{\lambda}(\mu) = I_{\lambda}(\mu) / I_c(\mu)$$



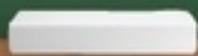
Интенсивность



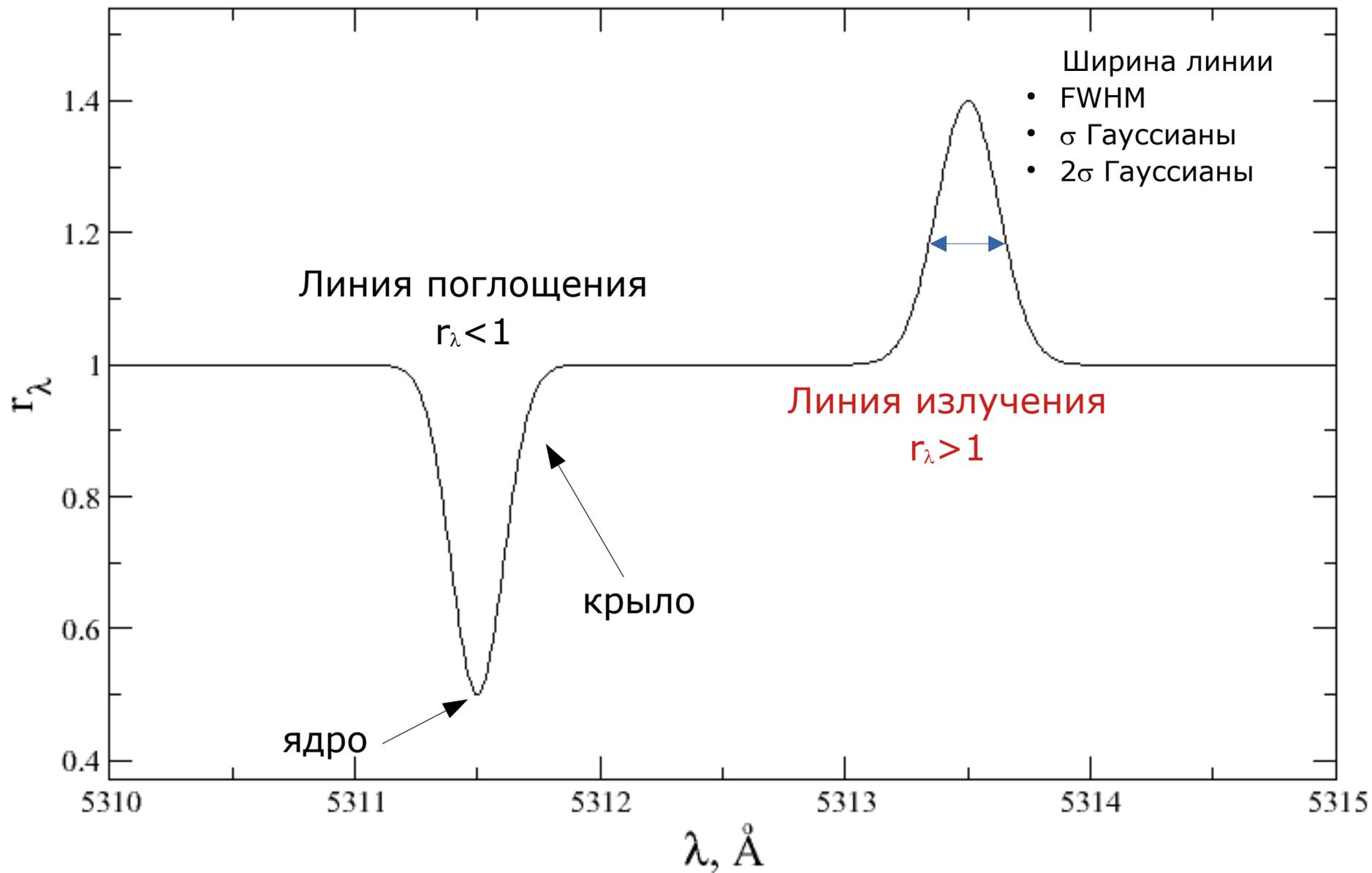
Поток



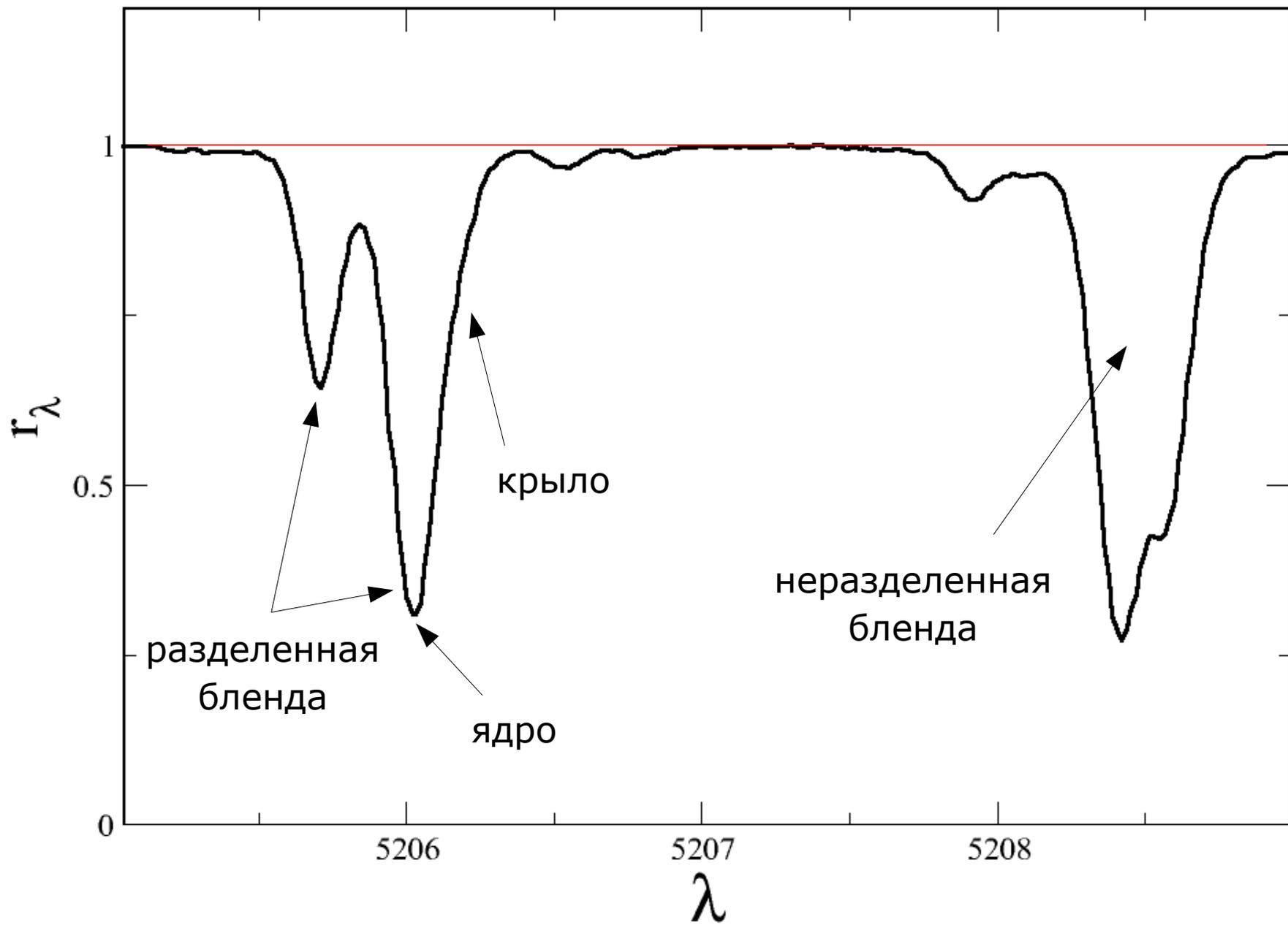
Основные понятия



Спектральная линия



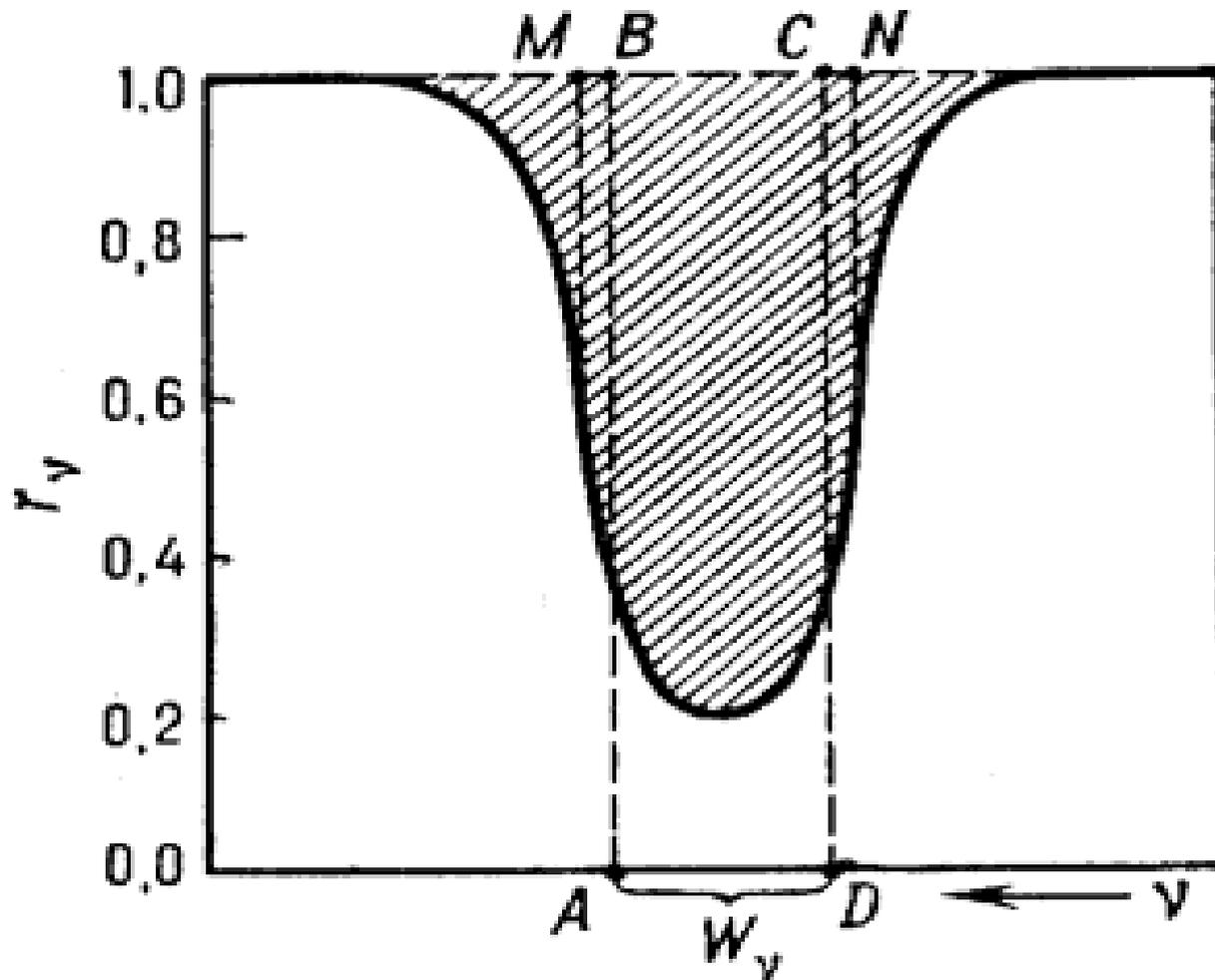
Спектральная линия



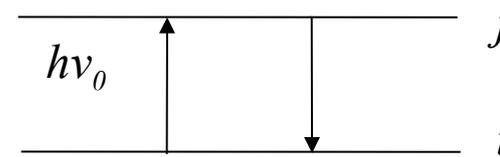
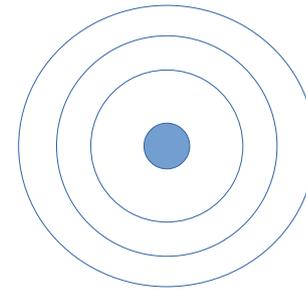
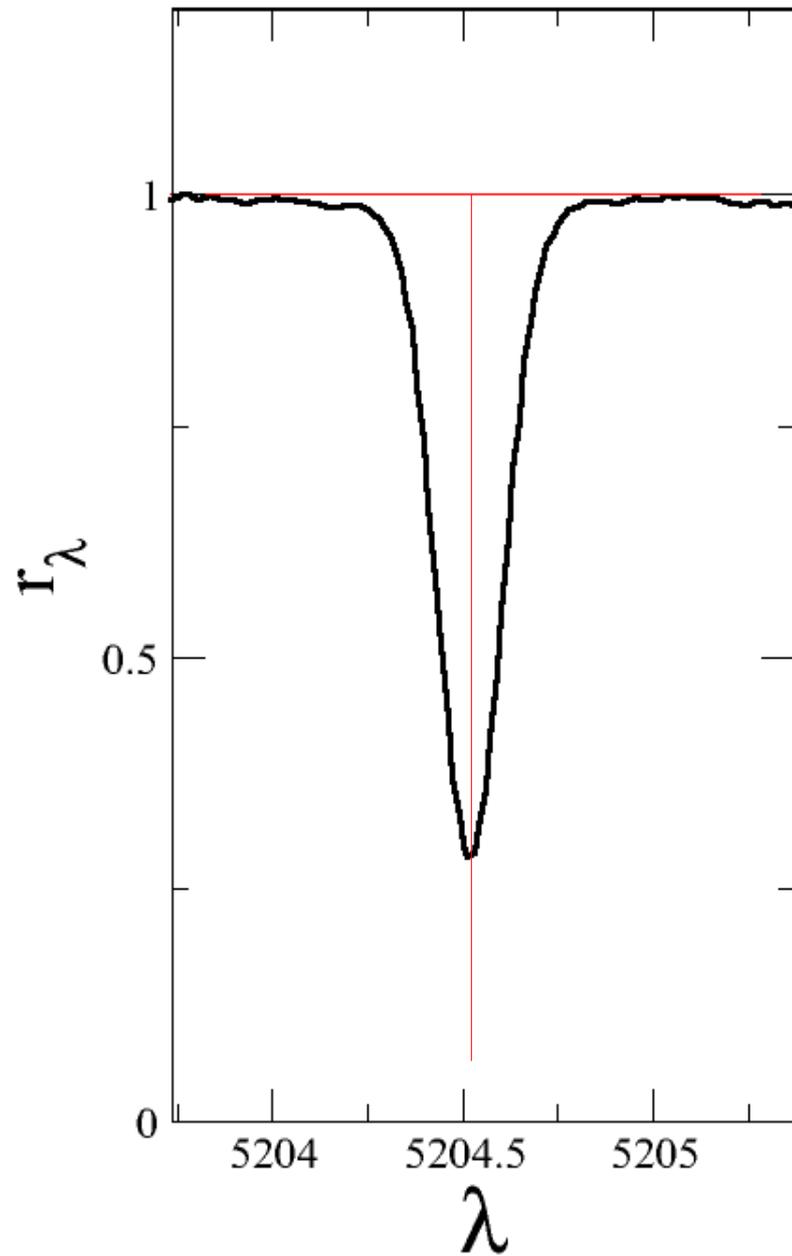
Эквивалентная ширина

$$W = \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 - \frac{F_{\lambda}}{F_{cont}}\right) d\lambda = \int_{-\infty}^{\infty} (1 - r_{\lambda}) d\lambda$$

ширина участка непрерывного спектра, в котором содержится энергия, равная поглощенной в спектральной линии.



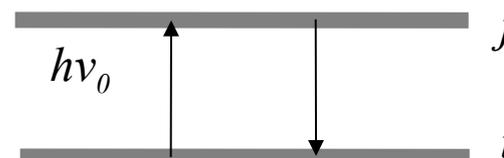
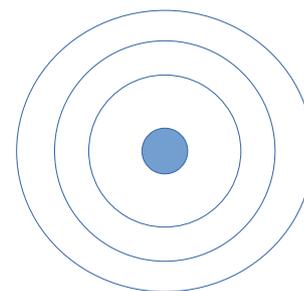
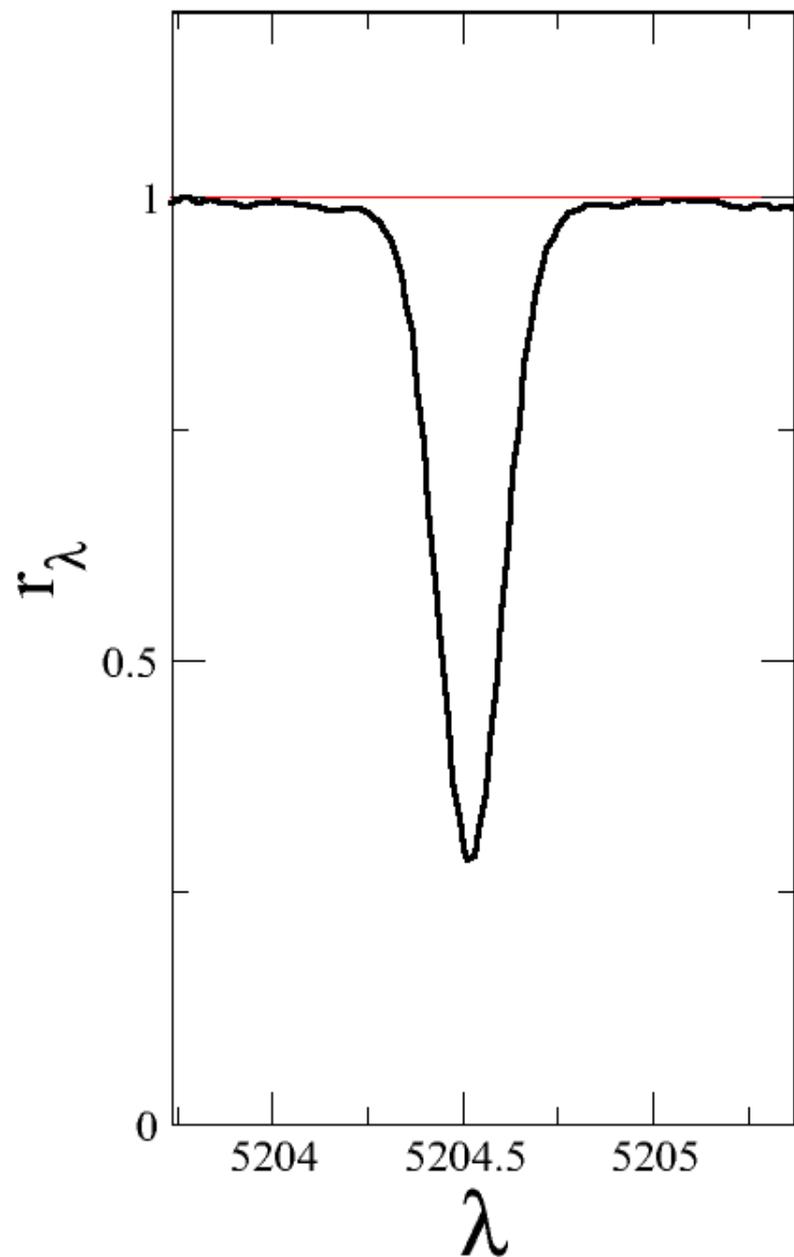
Спектральная линия идеал



$$h\nu_0 = E_i - E_j$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu}$$

Спектральная линия



$$h\nu = E'_i - E'_j$$

$$E' = E_p$$

$$\nu = \nu_0 + p(\Delta\nu)$$

Ширина
профиля

Функция
вероятности

Коэффициент поглощения в линии

Гармонический осциллятор

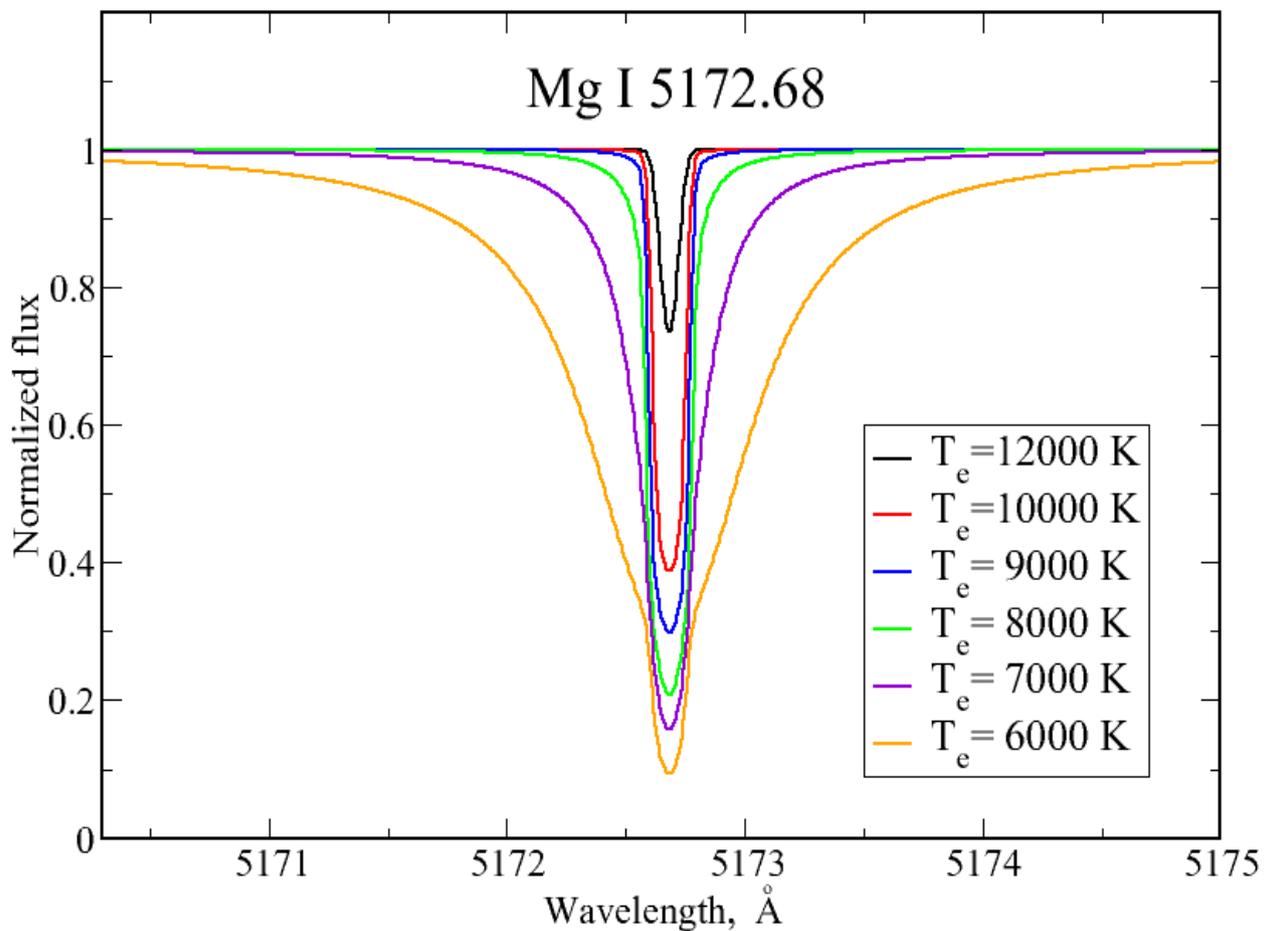
Для гармонического затухающего осциллятора:

$$E = E_0 e^{-\gamma_0 t} \quad \gamma_0 = \frac{8\pi^2 e^2 \nu_0^2}{3m_e c^3}$$

$$\sigma_\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c} \frac{\gamma_0}{4\pi^2} \frac{1}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\gamma_0}{4\pi}\right)^2} \quad \text{профиль}$$

$$\sigma_{tot} = \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_\nu d\nu = \frac{\pi e^2}{m_e c}$$

Это дано на один осциллятор.



$$\kappa_{\nu}^l = n_i a_{ij}^{tot} \phi_{\nu}$$

n_i - населенность уровня

a_{ij}^{tot} - сечение поглощения по
профилю линии

$$a_{ij}^{tot} = \int_0^{\infty} a_{ij} d\nu$$

ϕ_{ν} - профиль поглощения

$$\int_0^{\infty} \phi_{\nu} d\nu = 1$$

Сила осциллятора

Для перехода от числа осцилляторов к числу атомов вводится *сила осциллятора* f_{ij}

$$a_{ij}^{tot} = \frac{\pi e^2}{mc} f_{ij} \quad \text{Вероятность поглощения одного фотона}$$

$$\kappa_{\nu}^l = n_i \frac{\pi e^2}{mc} f_{ij} \phi_{\nu}$$

B_{ij} – Эйнштейновский коэффициент вероятности вынужденного поглощения

$$a_{ij}^{tot} = B_{ij} h\nu$$

$$f = \frac{mc}{\pi e^2} B_{ij} h\nu$$

Связь между атомными параметрами перехода:

$$\frac{g_i B_{ij}}{g_j B_{ji}} = 1$$

$$\frac{A_{ji}}{B_{ji}} = \frac{2h\nu_{ij}^3}{c^2}$$

$$f_{ij} = \frac{mc^3}{8\pi^2 e^2} \frac{A_{ji}}{\nu_{ij}^2} \frac{g_j}{g_i} = 1.5 \times 10^{-16} A_{ji} \frac{\lambda^2 g_j}{g_i}$$

- Коэффициент излучения, профиль излучения ψ_ν

$$\eta_\nu^{spont} = n_j A_{ji} \psi_\nu h\nu_{ij} / 4\pi$$

Излучение при спонтанных переходах – изотропное,

$$\eta_\nu^{stim} = n_j B_{ji} I_\nu \psi_\nu h\nu_{ij} / 4\pi$$

при вынужденных имеет угловое распределение I_ν

- отрицательное поглощение

- Коэффициент поглощения в линии

$$\kappa_\nu^l = n_i f_{ij} \frac{\pi e^2}{mc} \phi_\nu \left(1 - \frac{g_i n_j \psi_\nu}{g_j n_i \phi_\nu} \right)$$

Поправка за отрицательное поглощение (вынужденное излучение)

- **Функция источников в линии**

$$S_{\nu}^l = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{n_i g_j \phi_{\nu}}{n_j g_i \psi_{\nu}} - 1}$$

Полное перераспределение по профилю линии –
основная гипотеза при моделировании формирования линий

$$\phi_{\nu} = \psi_{\nu}$$

$$S_{\nu}^l = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{n_i g_j}{n_j g_i} - 1}$$

Функция источников в линии –
постоянна по профилю!

n_i определяется уравнениями Больцмана $\frac{n_i}{N_n} = \frac{g_i}{u_n(T)} e^{-\frac{E_i}{kT}}$

и Саха $\frac{N_{n+1}}{N_n} = \frac{1}{N_e} \frac{2u_{n+1}}{u_n} \left[\frac{2\pi m_e kT}{h^2} \right]^{3/2} e^{-\frac{\chi_n}{kT}}$

где $u_n(T) = \sum_j g_j e^{-\frac{E_j}{kT}}$ - сумма по состояниям,

N_n – число атомов в состоянии ионизации n , N_e – электронная плотность

$N = \sum N_i$ Концентрация элемента ($\text{Fe}/\text{H} = N(\text{Fe})/N(\text{H})$)

E_i – энергия возбуждения уровня,

χ_n – потенциал ионизации,

$g_i = 2J_i + 1$ – статистический вес уровня; J_i – полный угловой момент

$g_i f_{ij} = 1.499 \cdot 10^{-16} g_j A_{ji} \lambda^2$

A_{ji} - коэффициент Эйнштейна (вероятность спонтанного перехода) в с^{-1}

λ - длина волны в Å

*Профиль коэффициента
поглощения в линии*

Естественное затухание

$$\phi_\nu = \frac{\gamma/4\pi}{(\nu - \nu_0)^2 + (\gamma/4\pi)^2}$$

Профиль Лоренца

$$\phi_\lambda = \frac{\lambda^2}{c} \frac{\gamma\lambda^2/4\pi c}{(\lambda - \lambda_0)^2 + (\gamma\lambda^2/4\pi c)^2}$$

Постоянная естественного затухания (классическая теория):

$$\gamma = \frac{2e^2(2\pi\nu)^2}{3mc^3} = \frac{0.22}{\lambda^2}$$

Ширина профиля
очень мала $\sim 10^{-4}$ А,
наблюдения показывают
большую ширину

Квантовая теория

$$\gamma = \sum_{j < i} A_{ij}$$

$$\Delta t = \frac{1}{\sum_{j < i} A_{ij}}$$

Время жизни электрона на
верхнем уровне

Доплеровское уширение

При максвелловском распределении атомов по скоростям:

Профиль Гаусса

$$\phi_\nu = \frac{1}{\Delta\nu_D \sqrt{\pi}} e^{-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{\Delta\nu_D}}$$

$$\Delta\nu_D = \nu_0 \frac{v}{c} - \text{доплеровская ширина}$$

Полная скорость

$$v^2 = v_{thermal}^2 + \xi_t^2 = \frac{2kT}{m} + \xi_t^2$$

Тепловая скорость

эмпирический параметр,
микротурбулентная скорость,
от 0.5 до 15 km/s

Уширение эффектами давления

$$\Delta\nu = \frac{C_n}{r^n}$$

n =	name	interaction of
2	linear Stark effect	hydrogen-like ions + p, e
3	resonance broadening	neutral atoms with each other, H+H ions + e, p metals + H
4	quadratic Stark effect	
6	van der Waals broadening	

описываются в ударном приближении → профиль **лоренцевский**

$$\varphi_\nu = \frac{\gamma_n / 4\pi^2}{(\nu_0 - \nu)^2 + (\gamma_n / 4\pi)^2}$$

$$\gamma_n = 2/\tau;$$

$$\tau = 1/\pi\rho_0^2 v N$$

Среднее время между
столкновениями

$$\gamma_n = 2\pi Nv \left(2\pi C_n \Psi_n / v\eta_0 \right)^{2/(n-1)}$$

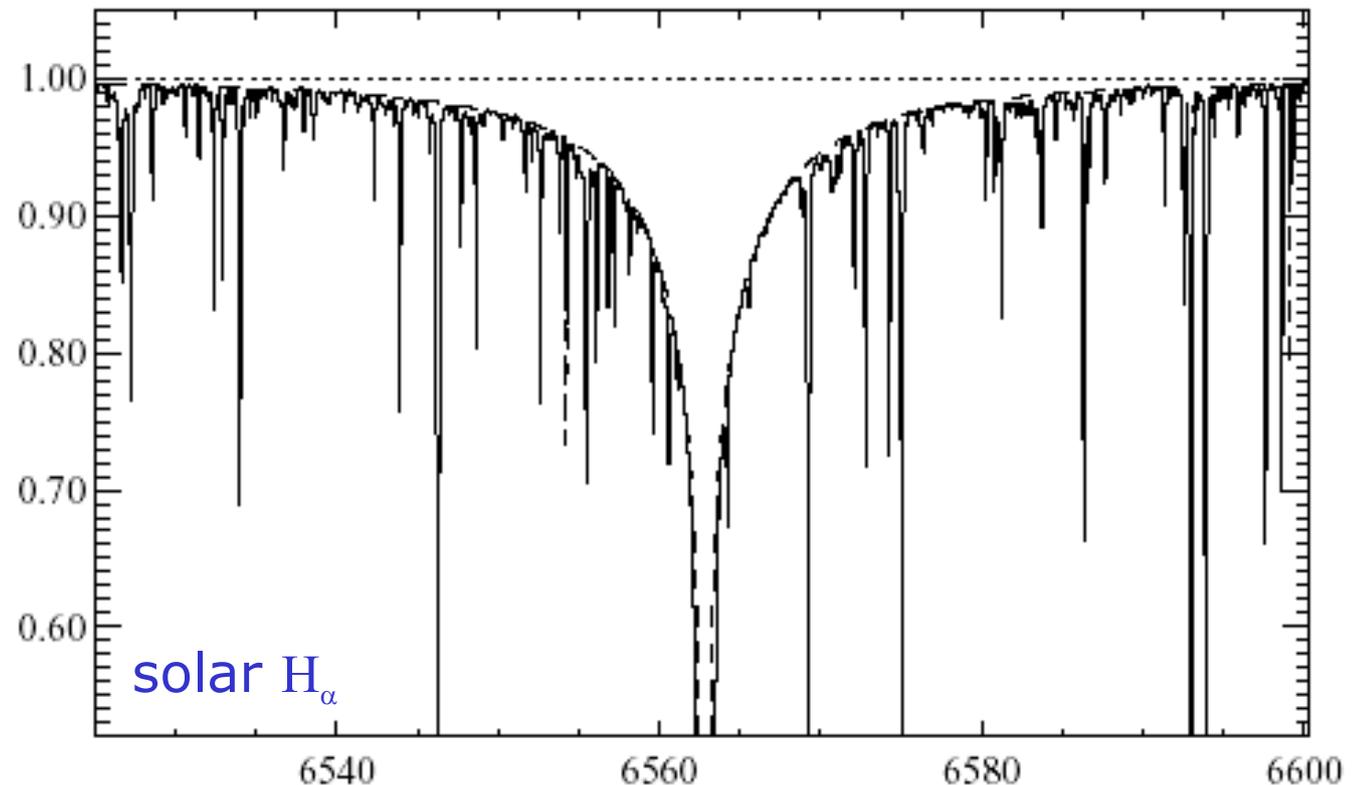
Определение констант взаимодействия C_n - ?

Линейный эффект Штарка

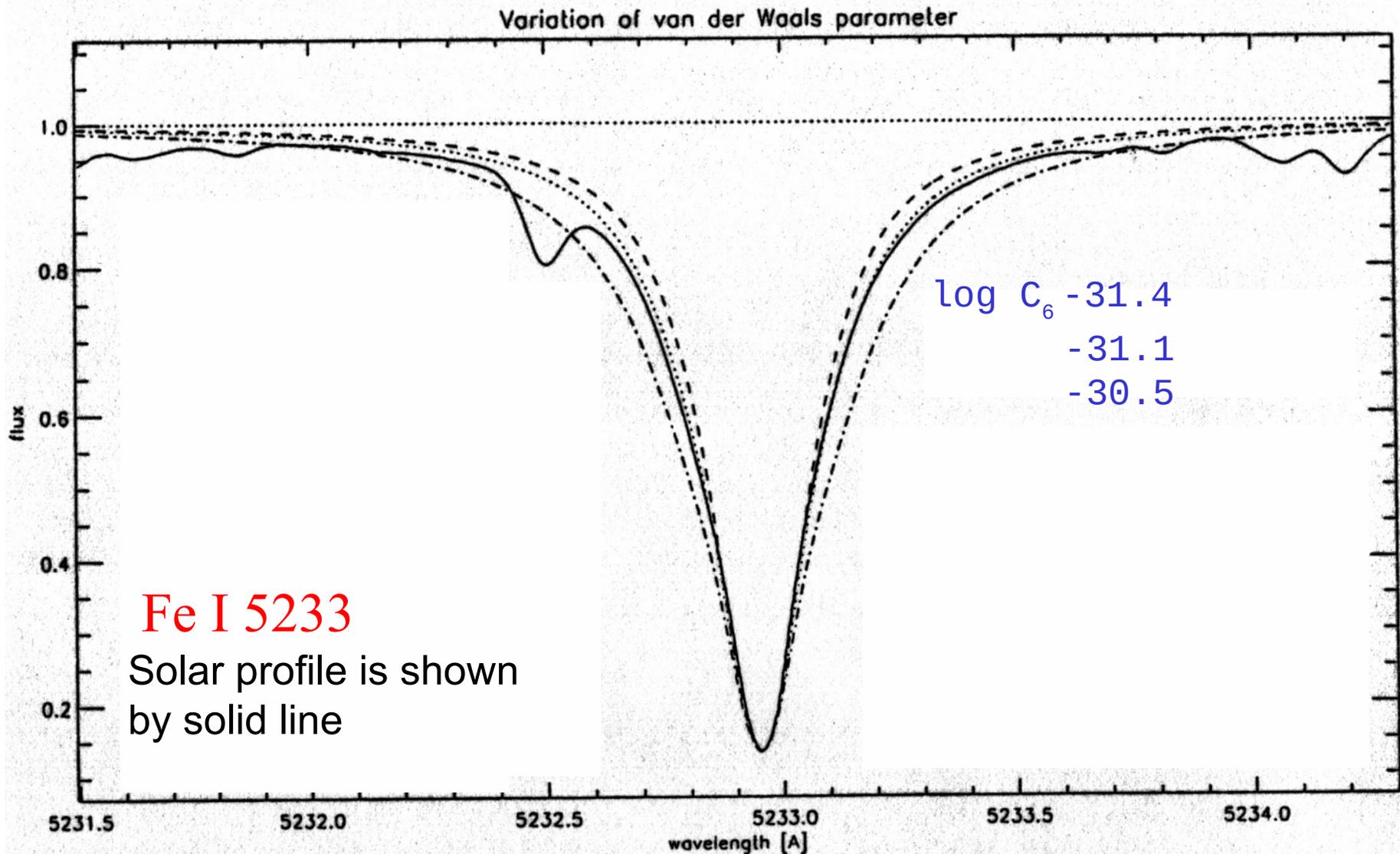
$\text{H I} + p$ квазистатическое приближение;
 $\text{H I} + e$ ударное приближение - в ядре и
квазистатическое - в крыльях

Vidal, Cooper & Smith (1973): таблицы штарковских профилей (VCS).

Сравнение
наблюдений
(сплошная линия)
и теории VCS
(штриховая линия)



Эффект уширения ван-дер-Ваальса на линии в солнечном спектре



В отличие от γ_R , γ_4 и γ_6 C_n не являются константами, они зависят от температуры и давления, т.е. от оптической глубины в атмосфере звезды.

Лабораторных измерений γ_4 и γ_6 очень мало.

Штарковские и VdW константы обычно берут из квантово-механических расчетов (например, расчеты Kurucz' для γ_4 и γ_6 или *Barklem et al. 2000, Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 142, 467* для γ_6) или из полуэмпирических (*Griem, 1968. Phys. Rev. 165, 258*) или полу-классических (*Sahal-Bréchet, 1969, A&A 1, 91; A&A 2, 322*) расчетов, как в случае γ_4 .

Очень часто на практике γ_4 и γ_6 представлены в виде:

$$\gamma_4 = \gamma_0^{St} (T/10000)^{1/6} \cdot N_e \quad \text{и} \quad \gamma_6 = \gamma_0^{VdW} (T/10000)^{0.3} \cdot (N_H + 0.42N_{He}), \text{ где}$$

γ_0^{St} и γ_0^{VdW} рассчитаны для $T=10000$ К и на одну возмущающую частицу. N_e , N_H , N_{He} - концентрации электронов, атомов нейтрального водорода, гелия.

Если расчетов или измерений нет, можно использовать аппроксимационные формулы *Griem'a*, модифицированные для ионов *Cowley (1971, Observatory 91, 139 - γ_4)*, или формулу *Ünsold'a (1955, p.333 - γ_6)*.

Полный профиль коэффициента поглощения

есть результат свертки Допплеровского и Лоренцевского профилей

$$a^{\text{tot}} = a(\text{естест.}) * a(\text{Штарк}) * a(\text{ван дер Ваальс}) * a(\text{тепл.+турб.})$$

←
←
←
Профиль Лоренца

Профиль
Доплера или
Гаусса

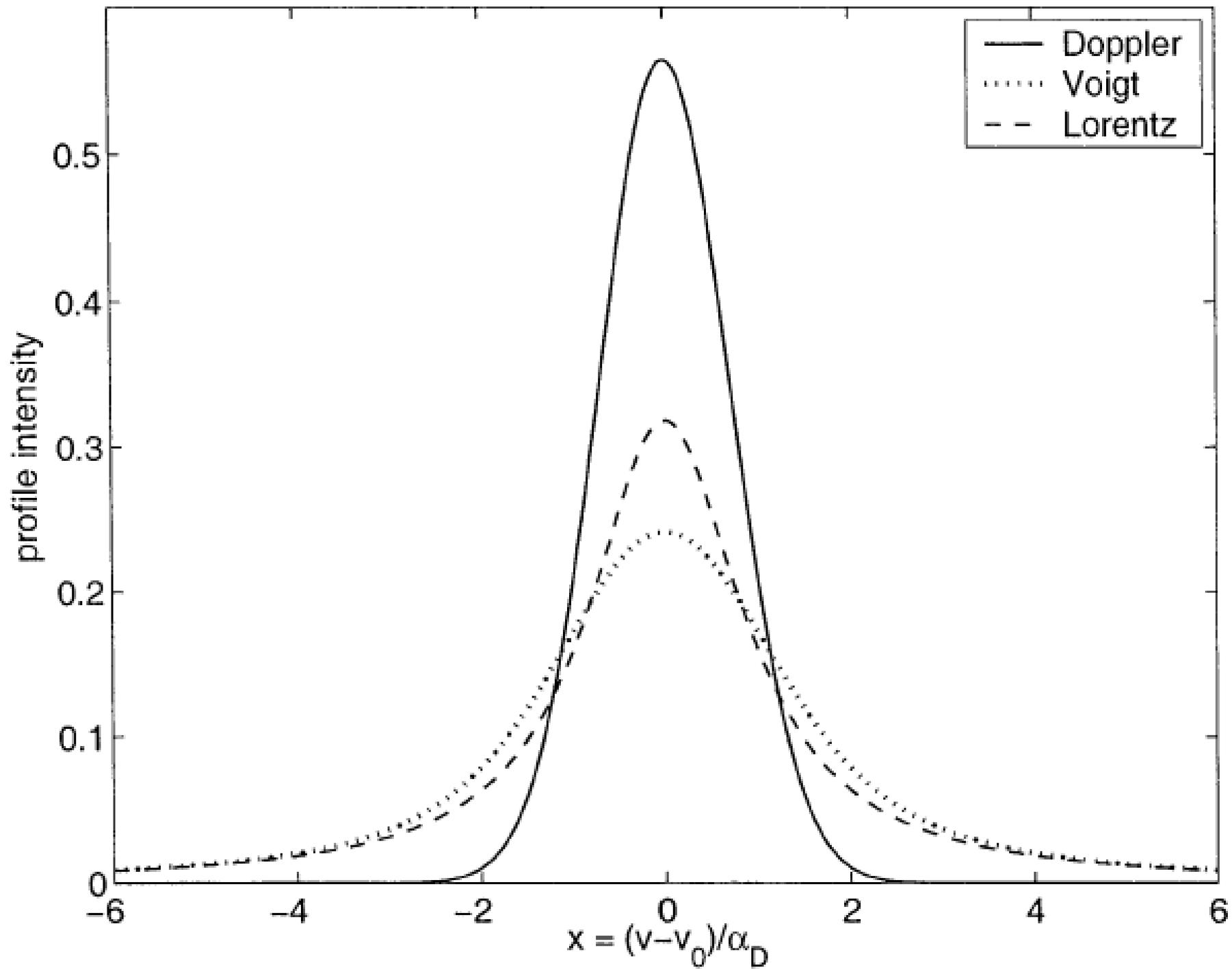
В общем случае для линий металлов профиль поглощения ϕ_ν выражается через функцию Нierting $H(u, a)$:

$$\phi_\nu = \frac{H(u, a)}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D} = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta\nu_D} \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{(u-y)^2 + a^2} dy$$

→ Voigt function $V(u, a)$

$$u = (\nu - \nu_0) / \Delta\nu_D$$
$$a = \gamma / (4\pi \Delta\nu_D)$$

$$\gamma = \gamma_R + \gamma_4 + \gamma_6$$

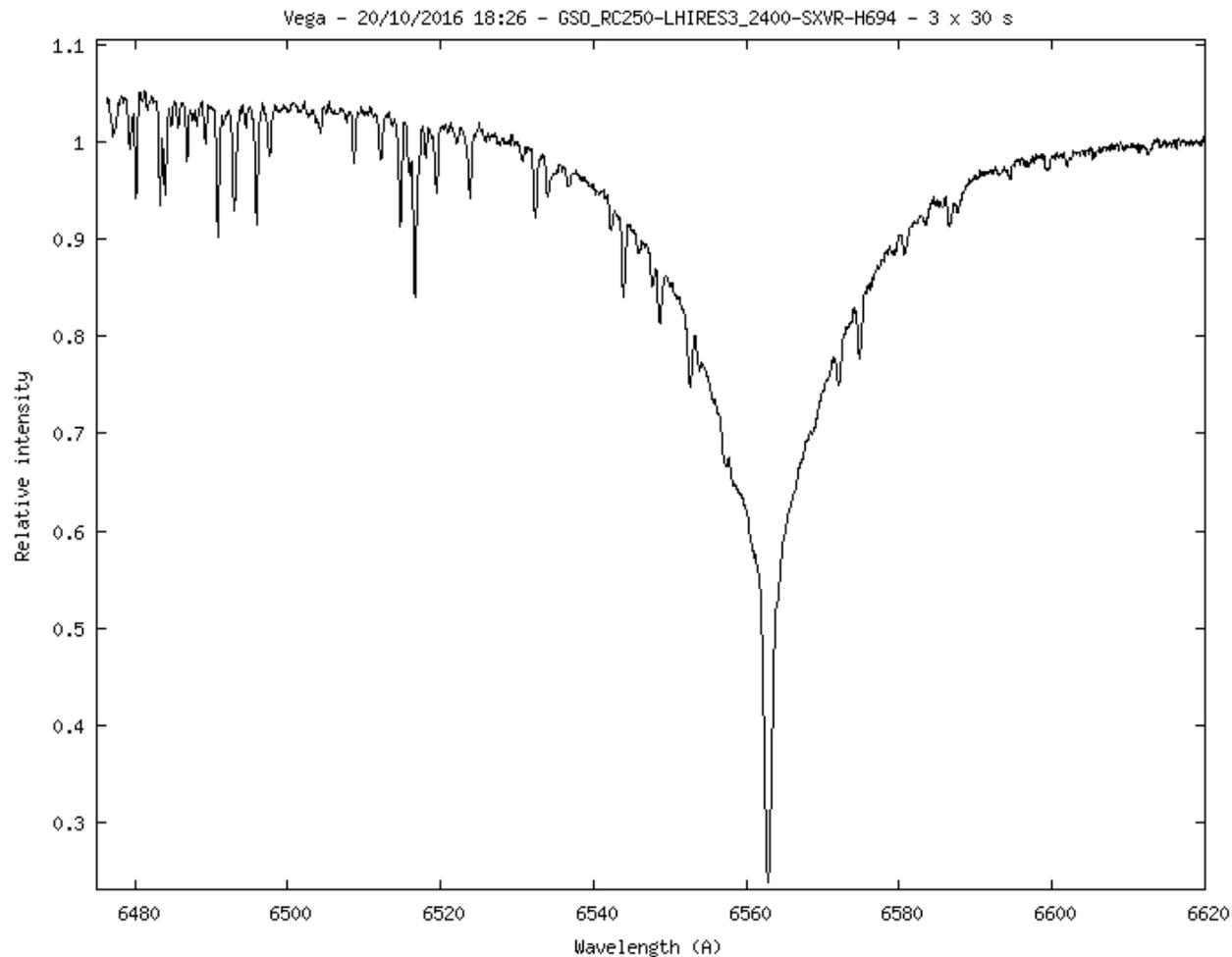


Линии водорода: свертка фойгтовского профиля

(естественное затухание, резонансное уширение, доплеровское уширение)

со штарковским γ_2

Во всех рассмотренных выше случаях профиль спектральной линии остается симметричным $(\nu - \nu_0)^2$ или $(\lambda - \lambda_0)^2$.



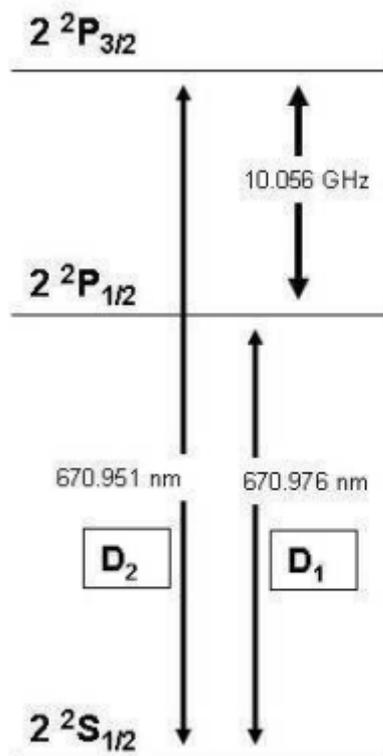
*Другие эффекты, определяющие
профиль спектральной линии:*

Изотопное расщепление

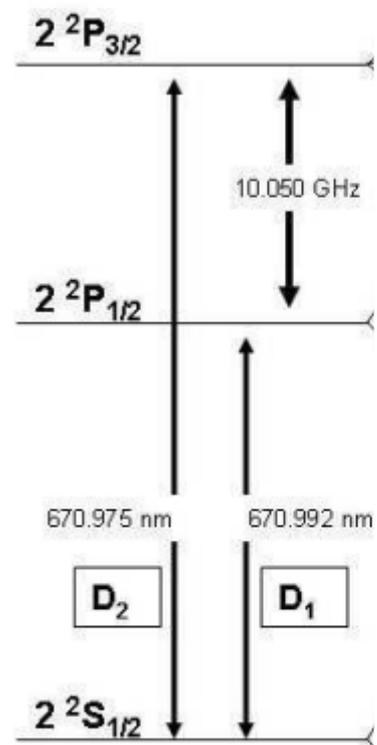
$$E = f(R_{\text{ядра}} \text{ или } M_{\text{ядра}})$$

$$\Delta E = f'(M_{\text{ядра}})$$

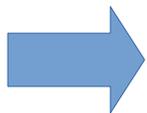
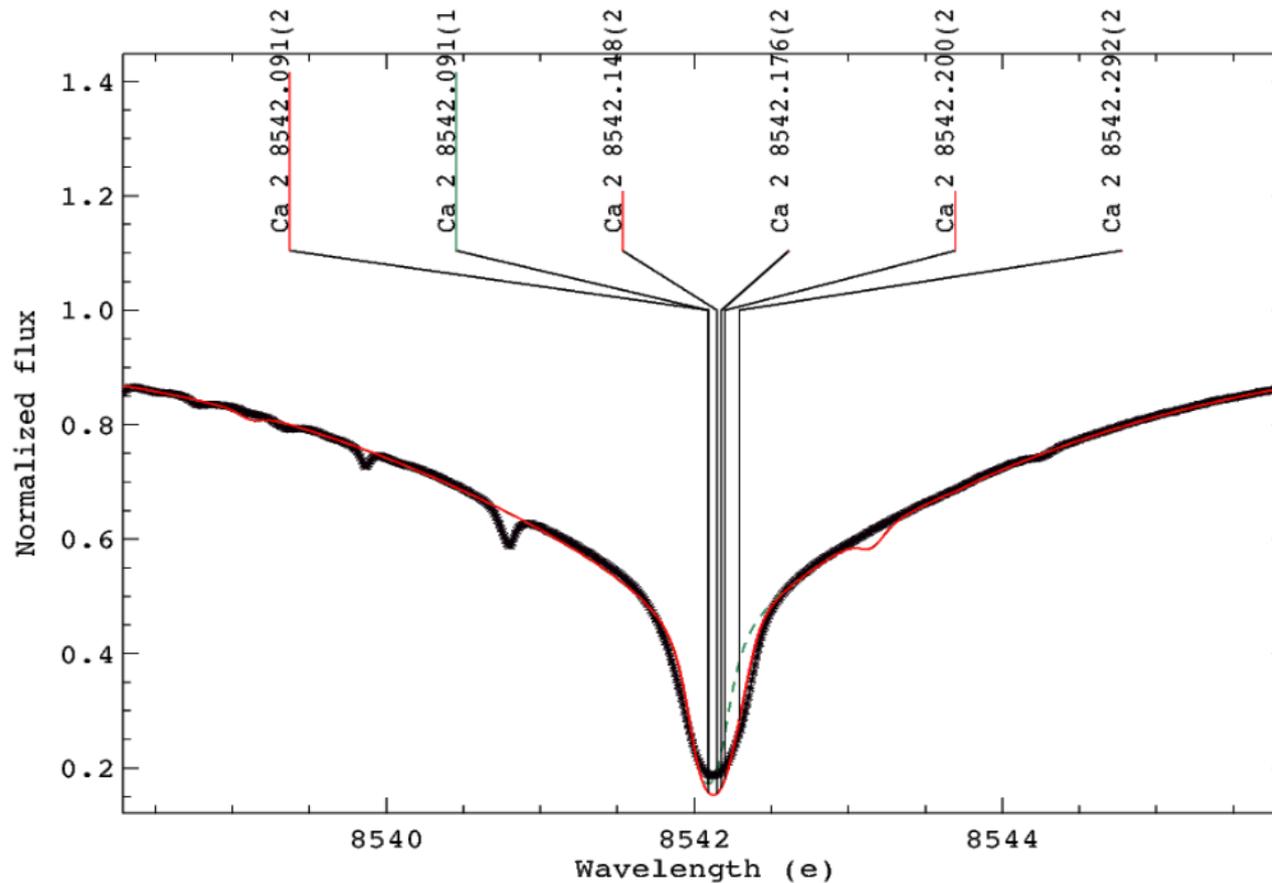
Li^7 92.5%



Li^6 7.5%



Изотопное расщепление



Суперпозиция нескольких отдельных линий (бленда), с одинаковыми по форме профилями, но сдвинутыми по длине волны и масштабироваными согласно доли изотопа

$$g_1 f_1 : g_2 f_2 : g_3 f_3 : g_4 f_4 : g_5 f_5 : g_6 f_6 = N_1 : N_2 : N_3 : N_4 : N_5 : N_6$$

Эффект сверхтонкого расщепления Hyperfine splitting (HFS)

Изотоп с нечетным массовым числом (например, Sc, V, Mn, Co) имеет отличный от нуля момент ядра I , и его уровни расщепляются из-за мультипольного взаимодействия магнитного момента ядра и электронной оболочки. В этом случае угловой момент уровня есть $F = |I - J| \dots |J + I|$.

каждый уровень расщепляется на $2I + 1$ ($J > I$) или $2J + 1$ ($J < I$) подуровней.

Правила отбора:

$\Delta F = 0, \pm 1$	$F_i + F_j > 0$	диполь
$\Delta F = 0, \pm 1, \pm 2$	$F_i + F_j > 1$	квадруполь

Эффект сверхтонкого расщепления Hyperfine splitting (HFS)

Задача.

Сколько компонент сверхтонкого расщепления у радиационного перехода (спектральной линии) ${}^7\text{LiI } 6707\text{\AA}$?

$$I = 3/2$$

$$J_i = 1/2 \rightarrow J_j = 3/2$$

$$F = |I - J| \dots |J + I|$$

$$\Delta F = 0, \pm 1$$

$$F_i + F_j > 0$$

Эффект сверхтонкого расщепления Hyperfine splitting (HFS)

Энергия уровня изменяется

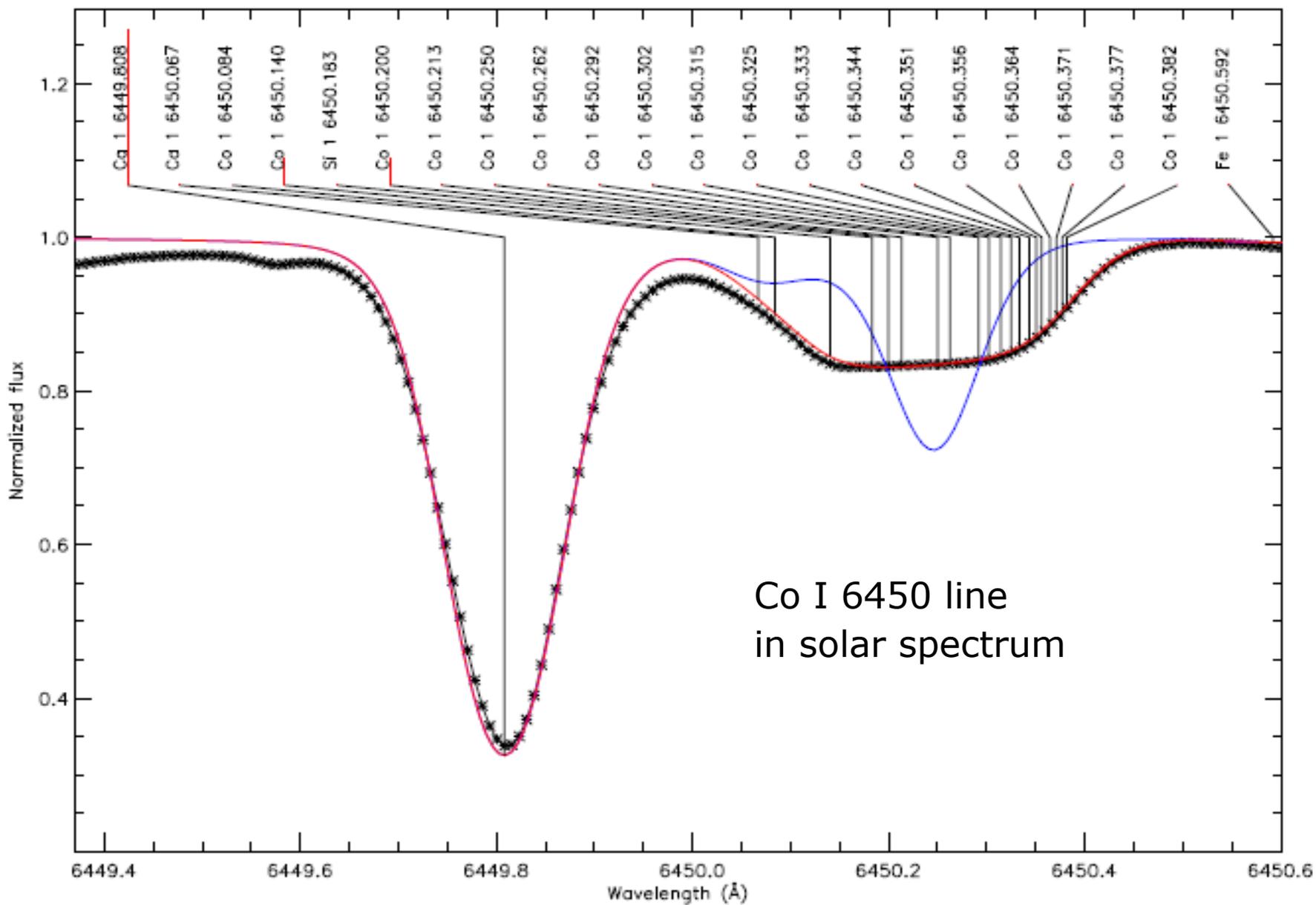
$$\Delta E = \frac{1}{2}AK + B \frac{(3/4)K(K + 1) - J(J + 1)I(I + 1)}{2I(2I - 1)J(2J - 1)}$$
$$K = F(F + 1) - J(J + 1) - I(I + 1)$$

А и В – константы сверхтонкого расщепления, разные для разных уровней

Интенсивности перераспределяются согласно квантовым числам $I J F$

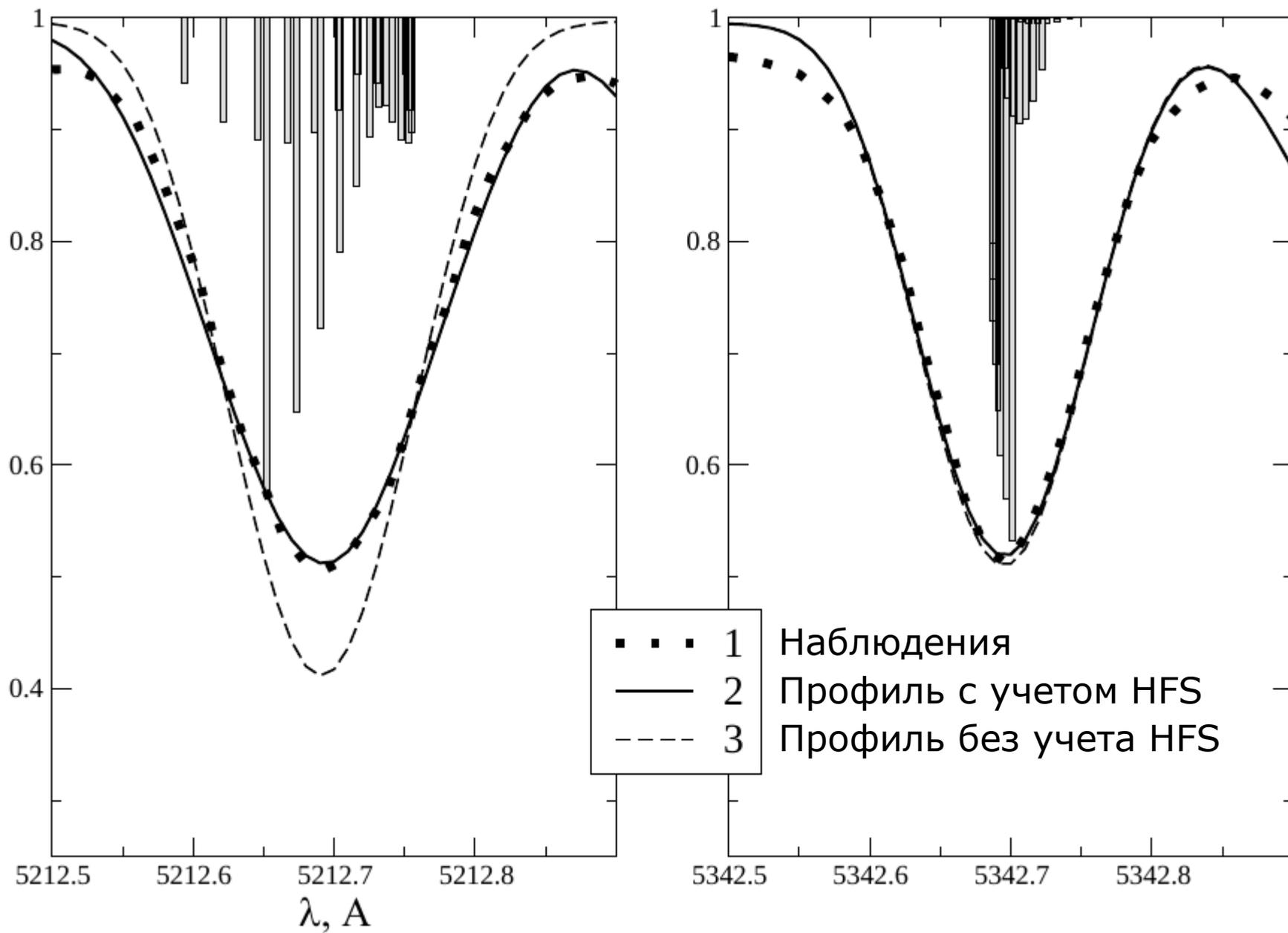
$$I(F_u \rightarrow F_l) = \frac{(2F_u + 1)(2F_l + 1)}{2I + 1} \left\{ \begin{array}{ccc} J_u & F_u & I \\ F_l & J_l & 1 \end{array} \right\}^2$$
$$\log gf_i = \log gf_0 + \log(I_i) - \log(\sum I_i)$$

Эффект сверхтонкого расщепления Hyperfine splitting (HFS)

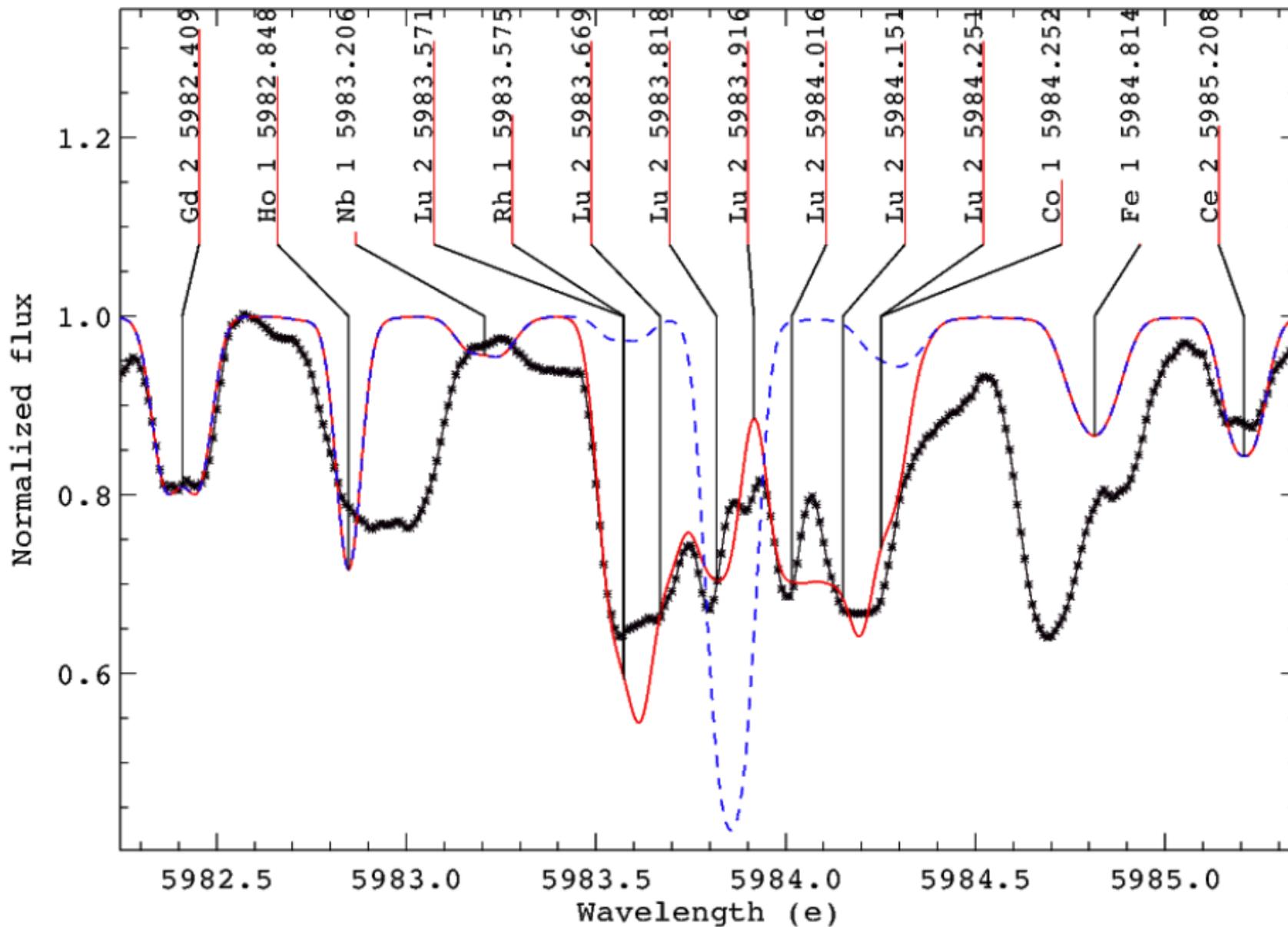


Влияние распределения компонентов на профиль бленды

CoI



Сверхтонкое расщепление Lu II 5984 в спектре звезды Пшибыльского



Изотопное + сверхтонкое расщепление лития

Li⁶ 7.5%

Li⁷ 92.5%

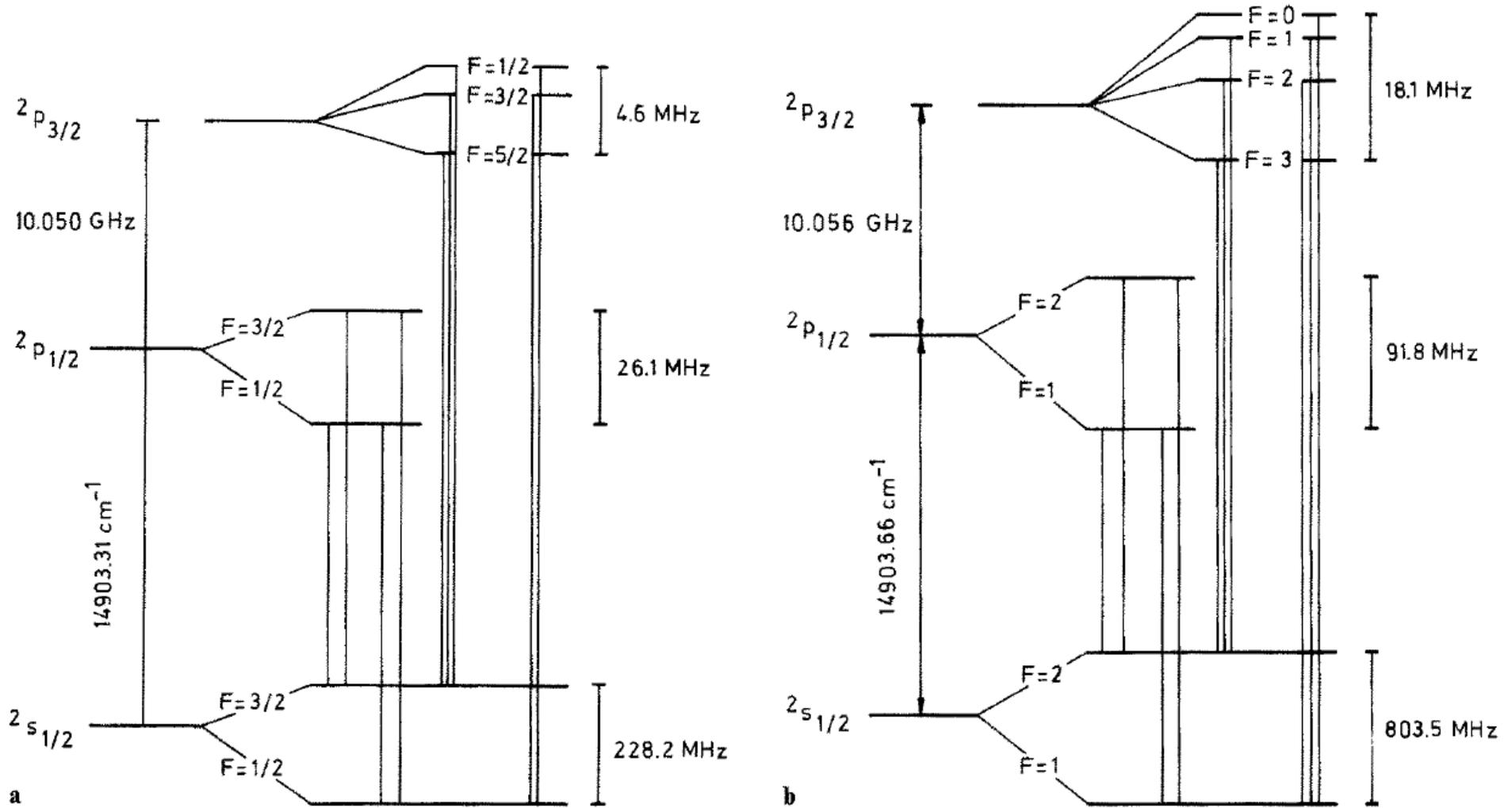
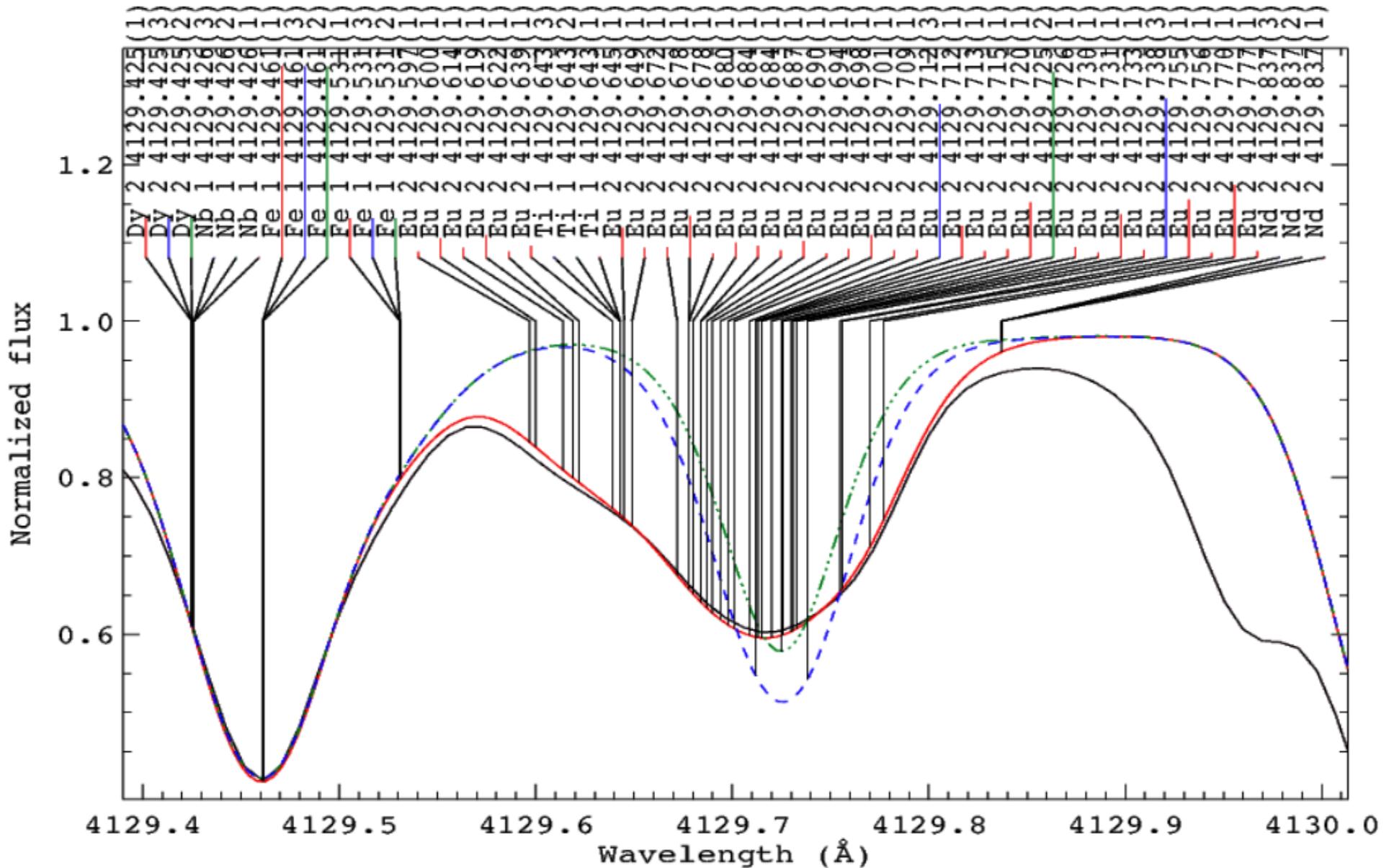


Fig. 1a, b. Hyperfine splitting of the $2^2S_{1/2}$ and the 2^2P levels of lithium (schematic). a ⁶Li: $I=1$; b ⁷Li: $I=3/2$

Изотопное + сверхтонкое расщепление Eu II 4129 в спектре Солнца



Эффект Зеемана

В магнитном поле с напряженностью B уровень с моментом J расщепляется на $(2J + 1)$ Зеемановских подуровней с $M = -J, \dots, +J$ и $\Delta E \sim B g$;

Фактор Ланде g (LS-связь):

$$g = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

Зеемановские компоненты:

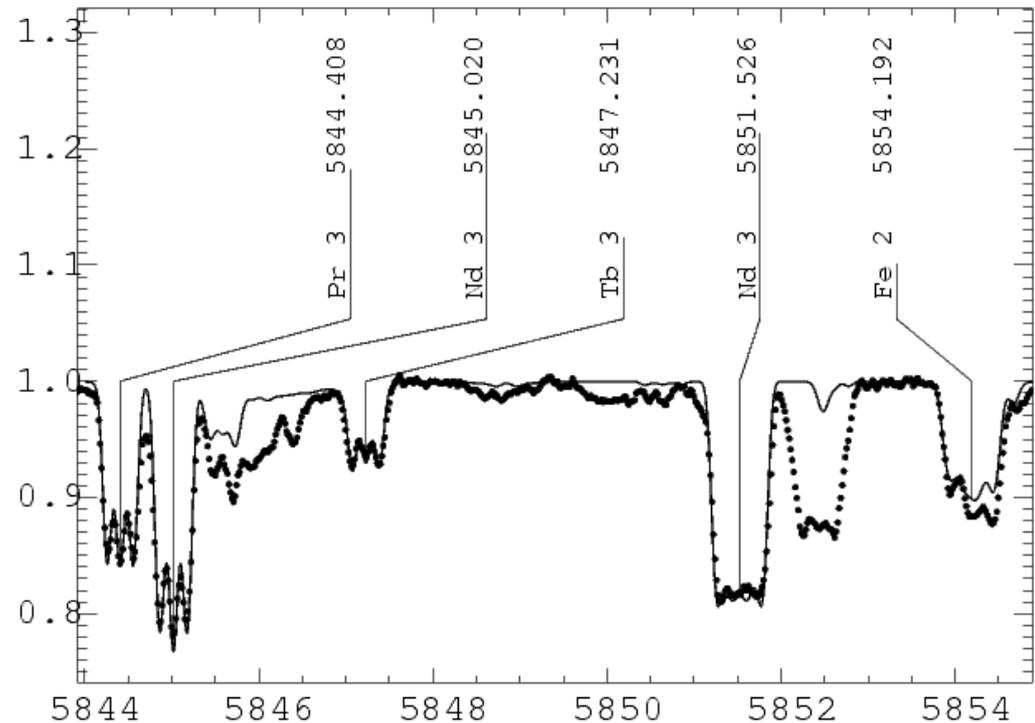
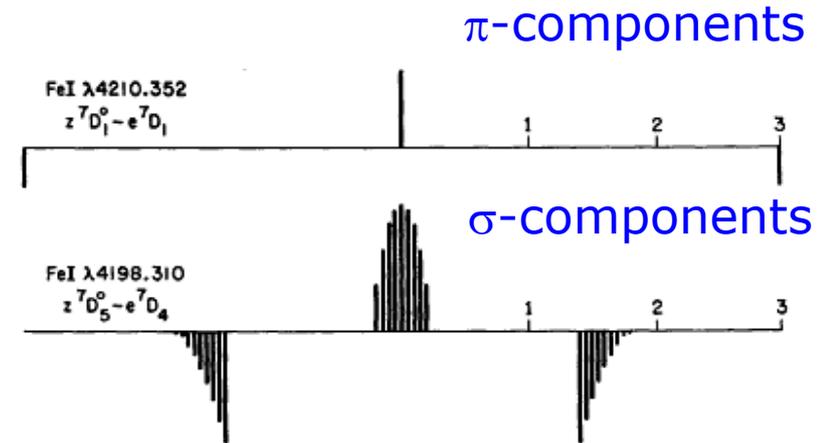
- π -компоненты:
 \perp вектору магнитного поля;
 $\Delta M = 0$;
- σ -компоненты:
 \parallel вектору магнитного поля;
 $\Delta M = \pm 1$

Магнитное расщепление :

$$\Delta\lambda = 4.67 * 10^{-13} \lambda^2 B g'$$

, где

$$g' = M_u g_u - M_l g_l$$



Зеемановское расщепление линий в неполяризованном свете:
 Спектр магнитной Ар звезды HD 144497, $B=8.8$ kG
 из работы *Ryabchikova et al. (2006, A&A 456, 329)*

Атомные параметры, необходимые для описания спектральной линии

- центральная длина волны λ
- энергии возбуждения нижнего и верхнего уровней E_i и E_j
- потенциал ионизации χ
- полные угловые моменты обоих уровней J_i и J_j
- вероятности переходов f_{ij} или A_{ji}
- константы затухания $\gamma_R, \gamma_A, \gamma_B$
- изотопное расщепление и изотопный состав
- постоянные сверхтонкого расщепления A и B для обоих уровней
- магнитный момент ядра I
- факторы Ланде g_i и g_j